Instituto de Física
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 04116

$2^{\underline{o}}$ semestre de 2010

Prof. Jürgen Stilck

Solução da Prova de Reposição

Questão 1

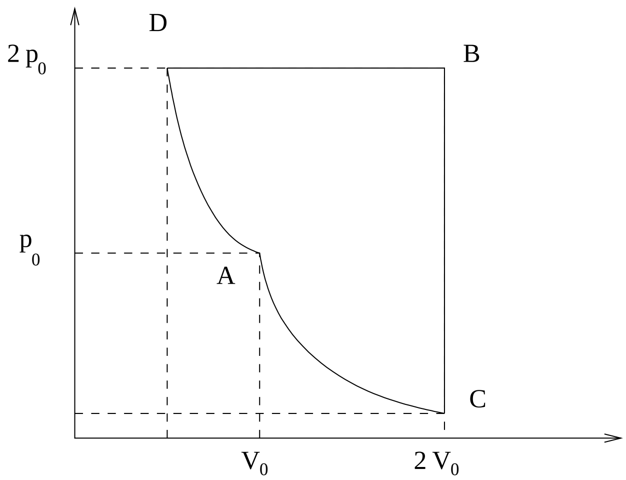
a)

Para um gás ideal, temos $pV = NRT$ e $U = NcT$, o que leva a $U = cpV/R$. Em processos adiabáticos $dQ = 0$, logo $dU = -pdV = c(pdV + Vdp)/R$, o que leva a $pV^\gamma = cte$, com $\gamma = 1 + c/R$.

Processo AC: é um processo adiabático, logo: $p_0 V_0^\gamma = p_C(2V_0)^\gamma$, o que leva a $p_c = p_0/2^\gamma$.

Processo AD: como este processo é isotérmico, teremos $p_0V_0 = 2p_0V_D$, o que implica $V_D = V_0/2$.

b)



c) Vamos estudar cada processo:

AC: $\Delta U = Q - W$. Como é adiabático $Q = 0$, então: $W = -\Delta U = -c(p_C V_C - p_A V_A)/R = -c(p_0 2V_0/2^\gamma - p_0 V_0)/R = cp_0 V_0(1 - 1/2^{\gamma-1})/R$.

CB: como o processo é isocórico, $W = 0$ e $Q = \Delta U = c(p_B V_B - p_C V_C) = cp_0 V_0(4 - 1/2^{\gamma-1})/R$.

ACB: nesse processo, considerando os dois subprocessos acima, temos: $W = cp_0 V_0(1 - 1/2^{\gamma-1})/R$ e $Q = cp_0 V_0(4 - 1/2^{\gamma-1})/R$

AD: como o processo é isotérmico $\Delta U = Q - W = 0$, logo $Q = W$. O trabalho realizado pelo sistema é:

$$W = \int_{V_0}^{V_0/2} p\, dV = p_0 V_0 \int_{V_0}^{V_0/2} \frac{dV}{V} = -p_0 V_0 \ln 2 = Q$$

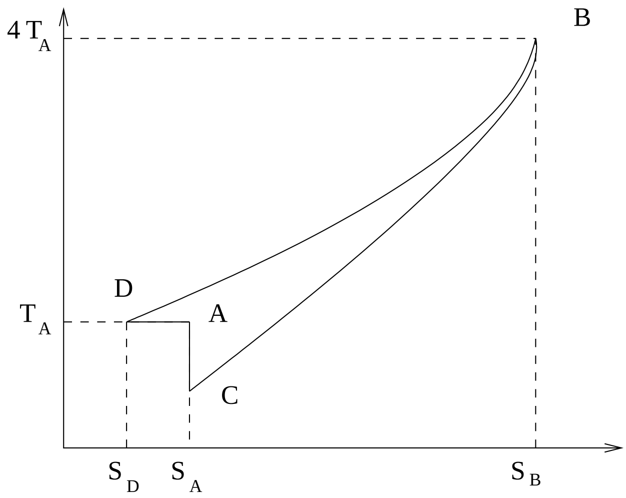
DB: $\Delta U = c(4p_0 V_0 - 2p_0 V_0/2)/R = 3cp_0 V_0/R$. O trabalho realizado é:

$$W = \int_{V_0/2}^{2V_0} p dV = 2p_0(2V_0 - V_0/2) = 3p_0 V_0.$$

O calor recebido é, portanto $Q = \Delta U + W = 3p_0 V_0(c/R + 1) = 3\gamma p_0 V_0$.

ADB: somando as contribuições dos dois subprocessos, teremos: $W = p_0 V_0(3 - \ln 2)$ e $Q = p_0 V_0(3\gamma - \ln 2)$. Notamos, como deveria, que a variação de energia interna nos dois processos (ACB e ADB) é a mesma: $\Delta U = Q - W = 3cp_0 V_0/R$.

c) A entropia de um gás ideal é dada por $S(p, V) = S_0 + Nc\gamma \ln(V/V_0) + Nc \ln(p/p_0)$. Vamos determinar a temperatura e entropia em cada um dos quatro estados: $T_A = p_0 V_0/(NR)$, $S_A = S_0$. $T_B = 4p_0 V_0/(NR) = 4T_A$. $S_B = S_0 + Nc(\gamma + 1) \ln 2$. $T_C = p_0 V_0/(2^{\gamma-1} NR) = T_A/2^{\gamma-1}$, $S_C = S_0$. $T_D = T_A$, $S_D = S_0 - NC(\gamma - 1) \ln 2$. Com esses dados, podemos esboçar o diagrama (S, T):



Questão 2

a) Da expressão vemos que:

$$[A] = [p/vT^4] = \frac{N\,mol}{m^5\,K^4} = \frac{kg\,mol}{m^4 s^2 K^4}.$$

b) Temos que:

$$ds = \frac{1}{T}du + \frac{p}{T}dv,$$

de maneira que as equações de estado na formulação da entropia serão $1/T$ e p/T como funções de u e v.Da primeira equação de estado, vem:

$$p = \frac{2u}{3v}.$$

Substituindo isso na segunda equações, teremos

$$T^4 = \frac{2u}{3Av^2},$$

ou seja:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{3A}{2}\right)^{1/4} u^{-1/4} v^{1/2}.$$

Usando a outra equação de estado, obtemos:

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/4} A^{1/4} u^{3/4} v^{-1/2}$$

Vamos integrar as equações de estado entre os estados (u_0, v_0) e (u, v):

$$s - s_0 = \int_{(u_0,v_0)}^{(u,v)} \frac{1}{T}du + \int_{(u,v_0)}^{(u,v)} \frac{p}{T}dv =$$

$$2\left(\frac{2}{3}\right)^{3/4} A^{1/4}(u^{3/4}v^{1/2} - u_0^{3/4}v_0^{1/2}),$$

ou seja:

$$s = s_0 + 2\left(\frac{2}{3}\right)^{3/4} A^{1/4}u^{3/4}v^{1/2}.$$

c) A energia livre de Helmholtz é dada por $f(T, v) = u - Ts$. Das equações de estado, obtemos:

$$u = \frac{3}{2}AT^4v^2.$$

Substituindo esse resultado na expressão da entropia, vem:

$$s = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} AT^3v^2,$$

somando as contribuições, obtemos:

$$f = \frac{3}{2}\left[1 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^{1/2}\right] AT^4v^2.$$

Questão 3

Temos: $dU = TdS + fdL + \mu dN$. O potencial de Gibbs será:

$$G(T, f, N) = U - TS - fL,$$

o que leva a $dG = -SdT - Ldf + \mu dN$. Então, obtemos:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial f}\right)_T = -\frac{\partial}{\partial f}\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right) =$$

$$-\frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial G}{\partial f}\right) = \left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_f.$$

b) Processo isotérmico: $Q = T\Delta S$, ou seja:

$$Q = T\int_f^{2f}\left(\frac{\partial S}{\partial f'}\right)_T df' = \int_f^{2f}\left(\frac{\partial L}{\partial T}\right)_f' df' =$$

$$-\frac{Nc}{T}\int_f^{2f} f'df' = -\frac{3Ncf^2}{2T}.$$

Observe que o elástico *esquenta* ao ser esticado.